

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

Обнинский институт атомной энергетики –

филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
(ИАТЭ НИЯУ МИФИ)

ИНСТИТУТ ОБЩЕЙ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ПОДГОТОВКИ
Кафедра Высшей математики

Одобрено на заседании
Ученого совета ИАТЭ НИЯУ МИФИ
Протокол от 24.04.2023 № 23.4

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
по дисциплине

Теория функций комплексного переменного
название дисциплины

для специальности

03.03.02 Физика

код и название специальности

профиль

Ядерно-физические технологии в медицине

Форма обучения: очная

г. Обнинск 2023 г.

Область применения

Фонд оценочных средств (ФОС) – является обязательным приложением к рабочей программе дисциплины «Теория функций комплексного переменного» и обеспечивает проверку освоения планируемых результатов обучения (компетенций и их индикаторов) посредством мероприятий текущей и промежуточной аттестации по дисциплине.

Цели и задачи фонда оценочных средств

Целью Фонда оценочных средств является установление соответствия уровня подготовки обучающихся требованиям федерального государственного образовательного стандарта.

Для достижения поставленной цели Фондом оценочных средств по дисциплине «Теория функций комплексного переменного» решаются следующие задачи:

- контроль и управление процессом приобретения обучающимися знаний, умений и навыков, предусмотренных в рамках данной дисциплины;
- контроль и оценка степени освоения компетенций, предусмотренных в рамках данной дисциплины;
- обеспечение соответствия результатов обучения задачам будущей профессиональной деятельности через совершенствование традиционных и внедрение инновационных методов обучения в образовательный процесс в рамках данной дисциплины.

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

1.1. В результате освоения ОП бакалавриата, обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения по дисциплине:

Код компетенций	Наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции
ОПК-1	Способен применять базовые знания в области физико-математических и (или) естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности; применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования	З-ОПК-1 Знать основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования У-ОПК-1 Уметь использовать основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования В-ОПК-1 Владеть навыками использования основных законов естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, применения методов математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования
УКЕ-1	Способен использовать знания естественнонаучных дисциплин, применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в поставленных задачах	З-УКЕ-1 знать: основные законы естественнонаучных дисциплин, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования У-УКЕ-1 уметь: использовать математические методы в технических приложениях, рассчитывать основные числовые характеристики случайных величин, решать основные задачи математической статистики; решать типовые расчетные задачи В-УКЕ-1 владеть: методами математического анализа и моделирования; методами решения задач анализа и расчета характеристик физических систем, основными приемами обработки экспериментальных данных, методами работы с прикладными программными продуктами

1.2. Этапы формирования компетенций в процессе освоения ОП бакалавриата

Компоненты компетенций, как правило, формируются при изучении нескольких дисциплин, а также в немалой степени в процессе прохождения практик, НИР и во время

самостоятельной работы обучающегося. Выполнение и защита ВКР являются видом учебной деятельности, который завершает процесс формирования компетенций.

Этапы формирования компетенции в процессе освоения дисциплины:

- **начальный** этап – на этом этапе формируются знаниевые и инструментальные основы компетенции, осваиваются основные категории, формируются базовые умения. Студент воспроизводит термины, факты, методы, понятия, принципы и правила; решает учебные задачи по образцу;
- **основной** этап – знания, умения, навыки, обеспечивающие формирование компетенции, значительно возрастают, но еще не достигают итоговых значений. На этом этапе студент осваивает аналитические действия с предметными знаниями по дисциплине, способен самостоятельно решать учебные задачи, внося корректиды в алгоритм действий, осуществляя коррекцию в ходе работы, переносит знания и умения на новые условия;
- **завершающий** этап – на этом этапе студент достигает итоговых показателей по заявленной компетенции, то есть осваивает весь необходимый объем знаний, овладевает всеми умениями и навыками в сфере заявленной компетенции. Он способен использовать эти знания, умения, навыки при решении задач повышенной сложности и в нестандартных условиях.

Этапы формирования компетенций в ходе освоения дисциплины отражаются в тематическом плане (см. РПД).

1.3. Связь между формируемыми компетенциями и формами контроля их освоения

№ п/п	Контролируемые разделы (темы) дисциплины (результаты по разделам)	Код контролируемой компетенции (или её части) / и ее формулировка	Наименование оценочного средства
1.	Комплексные числа, функции и действия над ними	ОПК-1, УКЕ-1	Контрольная работа 1, зачёт
2.	Особые точки, вычеты, приложения	ОПК-1, УКЕ-1	Контрольная работа 1, зачёт
	Конформные отображения	ОПК-1, УКЕ-1	Контрольная работа 2, зачёт
	Операционное исчисление	ОПК-1, УКЕ-1	Контрольная работа 2, зачёт
Промежуточная аттестация, 3 семестр			
	Экзамен	ОПК-1, УКЕ-1	Задачи, билеты

2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Конечными результатами освоения программы дисциплины являются сформированные когнитивные дескрипторы «знать», «уметь», «владеть», расписанные по отдельным компетенциям, которые приведены в п.1.1. Формирование этих дескрипторов происходит в процессе изучения дисциплины по этапам в рамках различного вида учебных занятий и самостоятельной работы.

Выделяются три уровня сформированности компетенций на каждом этапе: пороговый, продвинутый и высокий.

Уровни	Содержательное описание уровня	Основные признаки выделения уровня	БРС, % освоения	ECTS/Пятибалльная шкала для оценки экзамена/зачета
Высокий <i>Все виды компетенций сформированы на высоком уровне в соответствии с целями и задачами дисциплины</i>	Творческая деятельность	<i>Включает нижестоящий уровень.</i> Студент демонстрирует свободное обладание компетенциями, способен применить их в нестандартных ситуациях: показывает умение самостоятельно принимать решение, решать проблему/задачу теоретического или прикладного характера на основе изученных методов, приемов, технологий	90-100	A/ Отлично/ Зачтено
Продвинутый <i>Все виды компетенций сформированы на продвинутом уровне в соответствии с целями и задачами дисциплины</i>	Применение знаний и умений в более широких контекстах учебной и профессиональной деятельности, нежели по образцу, большей долей самостоятельности и инициативы	<i>Включает нижестоящий уровень.</i> Студент может доказать владение компетенциями: демонстрирует способность собирать, систематизировать, анализировать и грамотно использовать информацию из самостоятельно найденных теоретических источников и иллюстрировать ими теоретические положения или обосновывать практику применения.	85-89	B/ Очень хорошо/ Зачтено
			70-84	C/ Хорошо/ Зачтено
Пороговый <i>Все виды компетенций сформированы на пороговом уровне</i>	Репродуктивная деятельность	Студент демонстрирует владение компетенциями в стандартных ситуациях: излагает в пределах задач курса теоретически и практически контролируемый материал.	65-69	D/Удовлетворительно/ Зачтено
Ниже порогового		Отсутствие признаков порогового уровня: компетенции не сформированы. Студент не в состоянии продемонстрировать обладание компетенциями в стандартных ситуациях.	60-64	E/Посредственно /Зачтено
			0-59	Неудовлетворительно/ Незачтено

Оценивание результатов обучения студентов по дисциплине осуществляется по регламенту текущего контроля и промежуточной аттестации.

Критерии оценивания компетенций на каждом этапе изучения дисциплины для каждого вида оценочного средства и приводятся в п. 4 ФОС. Итоговый уровень сформированности компетенции при изучении дисциплины определяется по таблице. При этом следует понимать, что граница между уровнями для конкретных результатов освоения образовательной программы может смещаться.

Уровень сформированности компетенции	Текущий контроль	Промежуточная аттестация
высокий	высокий	высокий
	<i>продвинутый</i>	<i>высокий</i>
	<i>высокий</i>	<i>продвинутый</i>
продвинутый	<i>пороговый</i>	<i>высокий</i>
	<i>высокий</i>	<i>пороговый</i>
	продвинутый	продвинутый
	<i>продвинутый</i>	<i>пороговый</i>
	<i>пороговый</i>	<i>продвинутый</i>
пороговый	пороговый	пороговый
ниже порогового	пороговый	ниже порогового
	ниже порогового	-

3. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

- Итоговая аттестация по дисциплине является интегральным показателем качества теоретических и практических знаний и навыков обучающихся по дисциплине и складывается из оценок, полученных в ходе текущей и промежуточной аттестации.
- Текущая аттестация в семестре проводится с целью обеспечения своевременной обратной связи, для коррекции обучения, активизации самостоятельной работы обучающихся.
- Промежуточная аттестация предназначена для объективного подтверждения и оценивания достигнутых результатов обучения после завершения изучения дисциплины.
- Текущая аттестация осуществляется два раза в семестр:
 - контрольная точка № 1 (КТ № 1) – выставляется в электронную ведомость не позднее 8 недели учебного семестра. Включает в себя оценку мероприятий текущего контроля аудиторной и самостоятельной работы обучающегося по разделам/темам учебной дисциплины с 1 по 8 неделю учебного семестра.
 - контрольная точка № 2 (КТ № 2) – выставляется в электронную ведомость не позднее 16 недели учебного семестра. Включает в себя оценку мероприятий текущего контроля аудиторной и самостоятельной работы обучающегося по разделам/темам учебной дисциплины с 9 по 16 неделю учебного семестра.
- Результаты текущей и промежуточной аттестации подводятся по шкале балльно-рейтинговой системы.

Этап рейтинговой системы / Оценочное средство	Неделя	Балл	
		Минимум	Максимум
Текущая аттестация	1-16	36 - 60% от максимума	60
Контрольная точка № 1	7-8	18 (60% от 30)	30
Контрольная работа №1	8	18	30
ИДЗ №1	8		

Контрольная точка № 2	15-16	18 (60% от 30)	30
Контрольная работа №2	16	17	30
ИДЗ №2	16		
Промежуточная аттестация	-	24 – (60% 40)	40
Зачёт	-	25	40
Билет для зачёта	-	25	40
ИТОГО по дисциплине		60	100

* - Минимальное количество баллов за оценочное средство – это количество баллов, набранное обучающимся, при котором оценочное средство засчитывается, в противном случае обучающийся должен ликвидировать появившуюся академическую задолженность по текущей или промежуточной аттестации. Минимальное количество баллов за текущую аттестацию, в т.ч. отдельное оценочное средство в ее составе, и промежуточную аттестацию составляет 60% от соответствующих максимальных баллов.

4. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков

4.1. Текущий контроль:

а) типовые вопросы (задания):

Демонстрационный вариант рейтинговой контрольной работы 1:

Вариант 1.

1. Вычислить $z = \frac{(i+2)^2}{i+1}$. (2 балла).
2. Найти все значения корня $\sqrt[4]{-16}$. (4 балла).
3. Доказать, что функция $u(x) = (e^y + e^{-y}) \sin x$ может быть вещественной частью аналитической функции и восстановить эту функцию. (4 балла).
4. Вычислить $e^{(2-i)^2}$. (5 балла).
5. Вычислить интеграл от функции комплексного переменного по заданной кривой $\int_{AB} \operatorname{Im} z^3 dz$, AB – отрезок прямой, $z_A = 0$, $z_B = 1 - i$. (5 балла).
6. Найти радиус сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(n+1)}{(3-i)^n} z^n$. (5 балла).
7. Разложить в ряд Лорана по степеням z функцию $w = \frac{1}{(z-1)(z-2)}$ в кольце $1 < |z| < 2$. (5 балла).

Демонстрационный вариант рейтинговой контрольной работы 2:

Вариант 1.

1. Вычислить интегралы: а). $\oint_{|z|=0.5} \frac{dz}{z(z^2 + 1)}$, (5 баллов),
- 6). $\oint_{|z|=1} \frac{(\cos z^2 - 1) dz}{z^3}$, (5 баллов),
- в). $\int_0^{2\pi} \frac{dt}{2 + \sqrt{3} \sin t}$, (5 баллов), г). $\int_0^{+\infty} \frac{(x^2 - x + 2) dx}{x^4 + 10x^2 + 9}$, (5 баллов),
2. Операционным методом решить задачу Коши $y'' + y = 6e^{-t}$, $y(0) = 3$, $y'(0) = 1$. (5 баллов).
3. Решите систему $\begin{cases} \dot{x} = x + 3y + 2 \\ \dot{y} = x - y + 1 \end{cases}$; $x(0) = -1$, $y(0) = 2$. (5 баллов).

Варианты Индивидуального домашнего задания выдаются студентам по книге В.Ф.Чудесенко
“Сборник заданий по специальным курсам высшей математики”, Москва, Высшая школа, 1999,
с.5-47.

Вопросы к экзамену

1. Комплексные числа, действия с ними, модуль, аргумент. Тригонометрическая форма записи комплексного числа. Расширенная комплексная плоскость.
2. Свойства модуля и аргумента комплексного числа. Формулы Муавра.
3. Формула Эйлера и следствия из неё. Элементарные функции $\sin(z)$, $\cos(z)$, $\operatorname{tg}(z)$, $\operatorname{sh}(z)$, $\operatorname{ch}(z)$, $\operatorname{Ln}(z)$, $\operatorname{Arcsin}(z)$, $\operatorname{Arccos}(z)$.
4. Дифференцируемость функции комплексного переменного. Условия Коши-Римана.
5. Простейшие свойства аналитических функций. Геометрический смысл производной. Аналитичность элементарных функций.
6. Интеграл от комплексной функции по комплексной переменной. Свойства интегралов.
7. Интегральная теорема Коши. Интегральная формула Коши. Следствия из интегральной формулы Коши.
8. Ряды комплексных чисел. Абсолютная сходимость. Признаки сходимости. Ряды аналитических функций. Степенные ряды. Теорема Абеля. Радиус сходимости. Ряды Тейлора. Понятие об аналитическом продолжении.
9. Ряды Лорана. Изолированные особые точки, их классификация. Устранимая особая точка, полюс, существенно особая точка.
10. Вычет в изолированной особой точке. Вычисление вычета в полюсах и существенно особых точках. Основная теорема теории вычетов.
11. Вычисление определенных интегралов с помощью теории вычетов. Лемма Жордана.
12. Преобразование Лапласа. Область сходимости. Преобразование Лапласа лементарных функций.
13. Свойства преобразования Лапласа (линейность, теоремы подобия, запаздывания, дифференцирования оригинала, интегрирование оригинала, преобразование свертки, дифференцирование и интегрирование изображения, теорема смещения).
14. Обратное преобразование Лапласа (интеграл Меллина). Применение преобразования Лапласа к решению Дифференциальных и интегральных уравнений.
15. Конформные отображения. Теорема о необходимых и достаточных условиях конформности. Принцип соответствия границ. Принцип симметрии. Теорема Римана.
16. Отображения целой линейной функцией, степенной функцией, $w=\exp(z)$.
17. Дробно-линейная функция, её свойства.
18. Функция Жуковского, её свойства

Билеты к экзамену (демонстрационный вариант)

Билет 1.

1. Теоретический вопрос. (10 баллов).

2. Найти все значения корня $\sqrt[4]{-1}$.

3. Вычислить

$$\oint_{|z|=\frac{1}{2}} \frac{dz}{z(z^2+1)}.$$

4. Операционным методом решить задачу Коши

$$y'' + y = 6e^{-t}, \quad y(0) = 3, \quad y'(0) = 1.$$

Билет 2.

1. Теоретический вопрос.

2. Проверить, что и является действительной частью аналитической функции. Восстановить аналитическую в окрестности z_0 функцию $f(z)$ по известной действительной части u и значению $f(z_0)$

$$u = x^2 - y^2 + x, \quad f(0) = 0.$$

3. Найти все лорановские разложения данной функции по степеням z

$$\frac{z-2}{2z^3 + z^2 - z}.$$

4. Вычислить

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^2 - x + 2}{x^4 + 10x^2 + 9} dx.$$

б) критерии оценивания компетенций (результатов):

Студент считается допущенным к сдаче зачёта при условии выполнения им программы дисциплины и получения за работу не менее 35 баллов согласно рейтинговой системе. На зачёте студенту предлагается ответить на один теоретических вопроса и решить три задачи из разных разделов курса. Дополнительные вопросы задаются как для уточнения знаний по вопросам билета, так и для выяснения общих представлений студента по всему курсу.

в) описание шкалы оценивания:

Критерии и шкала оценивания

Оценка	Критерии оценки
Отлично 36-40	Студент должен: дать правильный ответ на теоретический вопрос и решить все задачи (если есть недочеты или не ответил на дополнительный вопрос, то ставится не максимальный балл) - продемонстрировать глубокое и прочное усвоение знаний программного материала; - исчерпывающе, последовательно, грамотно и логически стройно изложить теоретический материал; - правильно формулировать определения; - продемонстрировать умения самостоятельной работы с литературой; - уметь сделать выводы по излагаемому материалу.
Хорошо 30-35	Студент должен: дать ответ на теоретический вопрос и решить две задачи из трех, но есть неточности в теоретическом вопросе или при решении задачи - продемонстрировать достаточно полное знание программного материала; - продемонстрировать знание основных теоретических понятий; достаточно последовательно, грамотно и логически стройно излагать материал; - продемонстрировать умение ориентироваться в литературе; - уметь сделать достаточно обоснованные выводы по излагаемому материалу.
Удовлетворительно 24-29	Студент должен: ответить на теоретический вопрос билета, но со значительным недочетом (не приведено доказательство или нечетко сформулирована теорема) и правильно решить хотя бы одну задачу. - продемонстрировать общее знание изучаемого материала; - показать общее владение понятийным аппаратом дисциплины; - уметь строить ответ в соответствии со структурой излагаемого вопроса;

	<p>- знать основную рекомендуемую программой учебную литературу.</p>
Неудовлетворительно 23 и меньше	<p>Студент демонстрирует:</p> <ul style="list-style-type: none"> - незнание значительной части программного материала; - не владение понятийным аппаратом дисциплины; - существенные ошибки при изложении учебного материала; - неумение строить ответ в соответствии со структурой излагаемого вопроса; - неумение делать выводы по излагаемому материалу.

5. Краткий терминологический словарь

Асимптота, биекция, бесконечно большая величина, бесконечно малая величина, верхняя (нижняя) грань множества, градиент функции, график функции, дивергенция, дифференциал, дифференциальный бином, граница множества, индукция, индукция математическая, интеграл (несобственный, сходящийся, неопределенный, определенный, двойной, тройной, поверхностный, криволинейный), интеграл Дарбу, интегральная сумма, иррациональное число, касательная прямая и плоскость, квадрируемые и кубируемые множества, криволинейные координаты, компакт, кривая (гладкая, спрямляемая, кусочно-гладкая), кривизна, монотонность функции и последовательности, непрерывность, норма, нормаль, область (определения функции), окрестность (проколотая), оператор, остаток ряда, отображение, первообразная, последовательность и подпоследовательность, предел, производная, полином, поле (действительных, комплексных) чисел, признак (сходимости, сравнения), принцип вложенных отрезков, прообраз, равномерная непрерывность, радиус сходимости, разрыв (устранимый, неустранимый), ротор, ряд, сумма ряда, сумма Дарбу, точка (максимума, минимума, экстремума, разрыва), функция, экстремум.